Begrenztes (oder beschränktes) Wachstum   Kl. 10   Hn; November 09

1. Gilt für eine Größe mit einer Grenzgröße S die Gleichung
   $u(n) = u(n-1) + z(n-1)$
   und beträgt der Zuwachs $z(n-1)$ immer einen bestimmten Anteil von der Differenz zwischen der Grenzgröße S und der momentanen Größe $u(n-1)$, also $z(n-1) = q \cdot (S - u(n-1))$, wobei der Faktor q Werte zwischen 0 und 1 annehmen kann, so spricht man von
   begrenztem Wachstum: $u(n) = u(n-1) + q \cdot (S - u(n-1))$
2. Bei einem **Abnahmevorgang** muss eigentlich der „Zuwachs" subtrahiert werden, außerdem ist die Differenz zwischen der momentanen Größe $u(n-1)$ und der Grenzgröße so zu berechnen, dass die kleinere Zahl von der größeren subtrahiert wird. Damit ergibt sich für einen Abnahmevorgang die Formel $u(n) = u(n-1) - q \cdot (u(n-1) - S)$. Allerdings kann auch hier die Formel aus Abschnitt 1 verwendet werden, denn die beiden Vorzeichenänderungen gleichen sich wieder aus:
   $u(n) = u(n-1) - q \cdot (u(n-1) - S) = u(n-1) - q \cdot (u(n-1)) + q \cdot S = u(n-1) + q \cdot (S - u(n-1))$.

Bei beiden Vorgängen kann man den Wert für *u(n)* erst ermitteln, wenn der Wert für *u(n-1)* vorliegt. Eine solche Vorgabe heißt **rekursiv**. Neben der Rekursionsformel ist der Startwert für *u(0)* unverzichtbar, da man ihn für *u(1)* benötigt, mit diesem berechnet man *u(2)*, damit *u(3)* usw.

Beispiele:

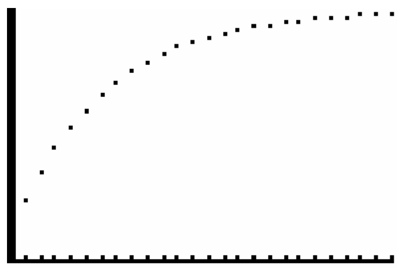
zu 1: Startwert 10, Zunahme um 15%, Grenzgröße 100

u(0)=10

$u(n) = u(n-1) + 0{,}15 \cdot (100 - u(n-1))$

Diese Gleichung kann durch ausmultiplizieren und zusammenfassen vereinfacht werden zu

$u(n) = 0{,}85 \cdot u(n-1) + 15$



zu 2: Startwert 50, Abnahme um 8%, Grenzgröße 20

u(0)=50

$u(n) = u(n-1) + 0{,}08 \cdot (20 - u(n-1))$

Diese Gleichung kann durch ausmultiplizieren und zusammenfassen vereinfacht werden zu

$u(n) = 0{,}92 \cdot u(n-1) + 1{,}6$