

GTR-Tipps

Koordinatenform der Ebenengleichung aus drei Punkten erstellen

Beispiel: LS Analytische Geometrie Grundkurs S. 72 Aufgabe 5b:

Die Punkte $A(7/2/-1)$, $B(4/1/3)$ und $C(1/3/2)$ legen eine Ebene E fest. Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung dieser Ebene E .

Koordinatenform der Ebenengleichung: $ax + by + cz = d$,

die Punkte A , B und C werden eingesetzt:

$$7a + 2b - c = d$$

$4a + b + 3c = d$, LGS als Matrix eingeben:

$$a + 3b + 2c = d$$

```
MATRIX[A] 3 x4
[[ 7  2 -1  -]
[[ 4  1  3  -]
[[ 1  3  2  -]

MATRIX[A] 3 x4
[[ -2 -1  1  1]
[[ -1  2  1  1]
[[ -3  2  1  1]

1,4=1
```

Mit Matrix \rightarrow Math \rightarrow rref Lösung bestimmen lassen,

mit Math \rightarrow Frac in Brüche umwandeln:

$$\text{Ergebnis: } a = \frac{1}{10}d, b = \frac{3}{14}d, c = \frac{9}{70}d$$

Bei geeigneter Wahl von d (hier $d = 70$) ergibt sich

$$a = 7, b = 15, c = 9 \text{ und } E: 7x + 15y + 9z = 70$$

```
rref([A])
[[1 0 0 .1
[0 1 0 .21428571...
[0 0 1 .12857143...

■
```

```
[[1 0 0 .1
[0 1 0 .21428571...
[0 0 1 .12857143...
Ans>Frac
[[1 0 0 1/10]
[0 1 0 3/14]
[0 0 1 9/70]]

■
```

Spezialfall $d = 0$:

Ergibt die dritte Zeile der Matrix $(0 \ 0 \ 0 \ 1)$, so folgt daraus, dass $d = 0$ ist. Aus den beiden ersten Zeilen kann dann ein Zusammenhang zwischen a , b und c geschlossen werden.

Beispiel mit den Punkten $A(7/2/0)$, $B(1/6/6)$ und $C(8/8/6)$ bitte selbst durchrechnen,

$$\text{Ergebnis } E: 6x - 21y + 20z = 0.$$

Ist die Ebene in Parameterform gegeben, müssen zunächst drei Punkte bestimmt werden. Es bieten sich der Stützpunkt und die beiden Endpunkte der Spannvektoren an.

$$\text{Beispiel: } E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{Stützpunkt: } A(7/2/-1)$$

$$B \text{ ergibt sich aus } \vec{b} = \vec{a} + \vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} : \quad B(4/1/3)$$

$$C \text{ ergibt sich aus } \vec{c} = \vec{a} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} : \quad C(1/3/2)$$

Mit diesen Punkten geht es weiter wie oben beschrieben.