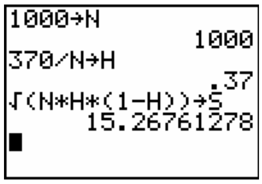
GTR-Tipps (aktualisiert: Bo, 11/2009)

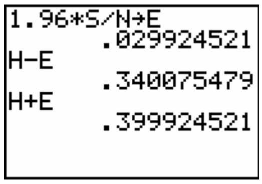
Bestimmung von Vertrauensintervallen bei unbekannten Wahrscheinlichkeiten
(Näherungslösung; Bezeichnungen nach Formelsammlung Seite 43)

n: Umfang der Stichprobe
h_n: Relative Häufigkeit eines Merkmals
σ_n: Standardabweichung der Stichprobe ($\sigma_n = \sqrt{n \cdot h_n \cdot (1-h_n)}$)
γ: Sicherheit; Vertrauenszahl ($\gamma = 1-\alpha$)
k ergibt sich aus der Vertrauenszahl γ (FS Seite 43 oben; kσ-Intervalle)
ε: Genauigkeit der Schätzgröße ($\varepsilon = k \cdot \frac{\sigma_n}{n}$)
Mit diesen Bezeichnungen ergibt sich das Vertrauensintervall $[h_n - \varepsilon \ldots h_n + \varepsilon]$

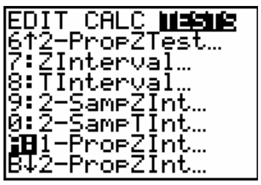
Beispiel (nach LS 11/12 Gesamtband Oberstufe Seite 365):
Die Partei CFP gibt eine Umfrage in Auftrag. Eine repräsentative Stichprobe von 1000 Wählern ergibt 370 Wähler der CFP. Bestimmen Sie das 95%-Vertrauensintervall für den unbekannten Anteil p der CFP-Wähler in der Bevölkerung.

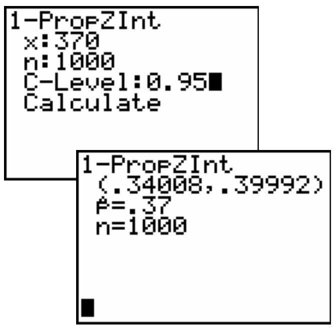
Näherungslösung:
$n = 1000$, gespeichert in N
$h_n = \frac{370}{1000} = 0{,}37$, gespeichert in H
$\sigma_n = \sqrt{1000 \cdot 0{,}37 \cdot (1-0{,}37)} = 15{,}2676$, gespeichert in S
$\gamma = 0{,}95 \;\Rightarrow\; k = 1{,}96$
Damit ergibt sich $\varepsilon = k \cdot \frac{\sigma_n}{n} = 1{,}96 \cdot \frac{15{,}27}{1000} = 0{,}02992$, gespeichert in E
und das Vertrauensintervall
$[0{,}37 - 0{,}02992 \ldots 0{,}37 + 0{,}02992] = [0{,}34008 \ldots 0{,}39992]$





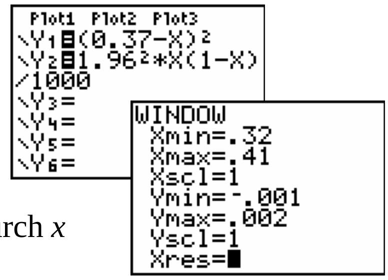
Schneller geht's mit dem Test
STAT→TESTS→A:1-propZInt…

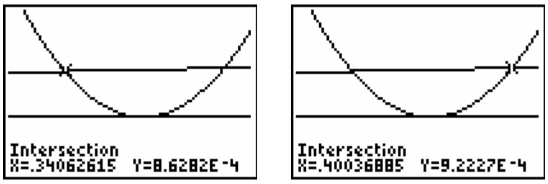




Interpretation im Sachzusammenhang:
Die Partei CFP kann bei der Wahl mit einer Sicherheit von 95 Prozent ein Ergebnis zwischen 34,01% und 39,99% der Wählerstimmen erwarten (eine Spanne von fast 6%)

Die **exakte Lösung** verwendet $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ statt σ_n. Das Vertrauensintervall ergibt sich aus der Lösung der Ungleichung $(h_n - p)^2 \le k^2 \cdot \dfrac{\sigma^2}{n^2}$ bzw. $(h_n - p)^2 \le k^2 \cdot \dfrac{p \cdot (1-p)}{n}$ und würde das Intervall $[0{,}34063 \ldots 0{,}40037]$ ergeben (Lösung mit GTR; p durch x ersetzen).

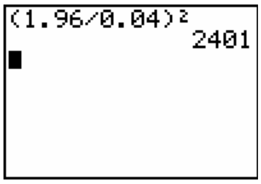




Soll der Stichprobenumfang für ein vorgegebenes Vertrauensintervall bestimmt werden, muss bedacht werden, dass ε die halbe Länge des Intervalls angibt (Formelsammlung S. 43; Konfidenzintervalle).

Beispiel: Zur Vertrauensniveau $\gamma = 0{,}95$ und einer gewünschten Länge 0,04 (4%) des Vertrauensintervalls soll die Anzahl der zu befragenden Personen bestimmt werden:

$$k = 1{,}96,\ \varepsilon = \frac{0{,}04}{2} = 0{,}02 \ \Rightarrow\ n > \left(\frac{k}{2\varepsilon}\right)^2 = \left(\frac{1{,}96}{0{,}04}\right)^2 = 2401$$



Es müssen mindestens 2402 Personen befragt werden, um das Wahlergebnis mit einer Genauigkeit von 4% vorherzusagen (bei einer Sicherheit von 95%).